

УДК 621.981

## **ИДЕНТИФИКАЦИЯ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ МАТЕРИАЛА ДЛЯ ЗАДАЧ ЯВНОЙ ДИНАМИКИ**

**Илюшкин М. В.**

*к.т.н., зам. генерального директора по науке АО «Ульяновский НИАТ»*

**Аннотация.** В статье описаны варианты идентификации упруго-пластических моделей материала применительно к программам динамического анализа LS-DYNA, Ansys Autodyn и др. Описана идентификация кривой упрочнения материала по справочным данным и по данным испытания на одноосное растяжение. Приведены варианты билинейной, кусочно-линейной и степенной аппроксимации кривой упрочнения. Описаны варианты с учетом зоны шейкообразования и разрушения. Определен подход к решению задач с учетом трехосности напряженного состояния (триаксилити).

**Ключевые слова:** идентификация, модели материалов, LS-DYNA, ANSYS, кривая упрочнения, шейкообразование, трехосность.

## **IDENTIFICATION OF ELASTIC-PLASTIC MATERIAL MODELS FOR TASKS EXPLICIT DYNAMICS**

**Ilyushkin M. V.**

*Deputy of general director in science PC "PC «Ulyanovsk Research Institute of Aviation Technology and Production Organization", c.t.s.*

**Abstract.** The article describes the variants of identification of elastic-plastic material models in the programs of dynamic analysis LS-DYNA, Ansys Autodyn, etc. The identification of the material hardening curve according to reference data and uniaxial tensile test data is described. Variants of bilinear, piecewise linear and power approximation of the hardening curve are presented. The variants are described taking into account the zone of neck formation and destruction. The approach to the solution of problems taking into account the triaxial stress state (triaxiality).

**Key word:** Identification, material models, LS-DYNA, ANSYS, hardening curve, neck formation, triaxiality.

Развитие процессов листовой штамповки и изготовление гнутых профилей не может происходить без разработки новых технологий и использования новых материалов. В настоящее время для исследования и оптимизации этих процессов служат программы компьютерного расчета и моделирования. При этом использование точных параметров моделей материала является одним из основных требований для выполнения данных

расчетов. От правильного ввода параметров моделей материала зависит как адекватное физическое поведение исследуемого объекта, так и точность прогнозирования его поведения в реальном процессе.

При моделировании различных процессов деформирования металлических материалов оценивают его упруго-пластические свойства и при необходимости параметры разрушения. Это важно как при моделировании технологических операций, таких как, обработка металлов давлением, обработка резанием, так и в процессах удара, краш-тестов, взрывов и др.

Упруго-пластическое поведение металла зависит от его физико-механических свойств и оценивается такими параметрами как:

- модуль Юнга ( $E$ );
- коэффициент Пуассона ( $\mu$ );
- предел текучести ( $\sigma_y$ );
- предел прочности ( $\sigma_u$ );
- относительное удлинение после разрыва ( $\delta$ ).

Это минимальный набор параметров с помощью которых описывается упруго-пластическое поведение любого металла. Эти параметры могут быть найдены как в справочной литературе, так и быть определены из соответствующих испытаний.

Методы явной динамики часто используются при анализе значительных упруго-пластических деформациях, которые сопровождаются разрушением. Например, это разделительные операции ОМД, задачи механообработки, взрывы и др. В этом случае в модель материала вводят параметры разрушения, самым простым из которых является разрушение по максимальной пластической деформации.

Наиболее распространенное испытание упруго-пластичного материала является испытание на одноосное растяжение, позволяющее получить диаграмму растяжения материала.

С точки зрения обработки листового материала исследователя может интересовать различные участки диаграммы растяжения, поскольку в зависимости от рассматриваемого процесса актуальными могут быть различные зоны диаграммы (упруго-пластических переход, зона упрочнения, зона разрушения) (рис. 1).

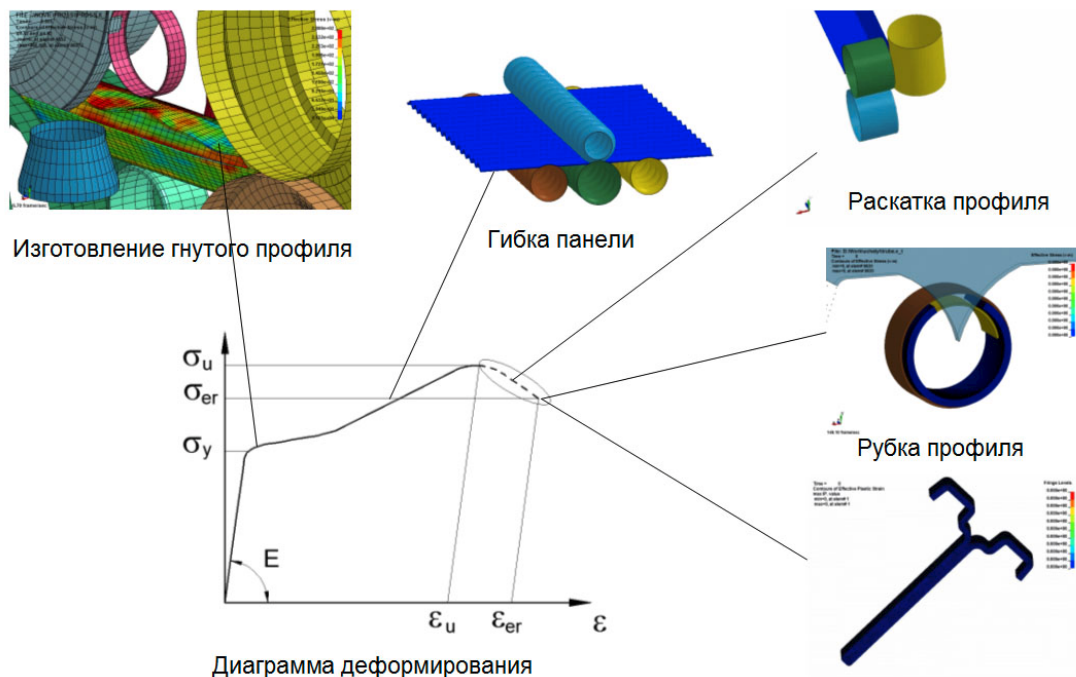


Рис. 1. Рассмотрение различных зон диаграммы растяжения в зависимости от технологического процесса

Исследование диаграммы одноосного растяжения (рис. 2) позволяет выявить 3 основных точки:

1 – предел текучести. Соответствует переходу от упругого состояния в пластическое. При этом деформация соответствует параметру 0,002, напряжение соответствует пределу текучести;

2 – предел прочности. Соответствует окончанию действия однородной деформации в образце. Характеризуется временным сопротивлением по напряжению и соответствующей этому параметру деформации. Этот предел соответствует максимальному усилию на диаграмме одноосного растяжения;

3 – предел разрушения. Соответствует напряжению при котором происходит разрыв образца. Деформация при этом соответствует максимальной деформации в зоне шейкообразования.

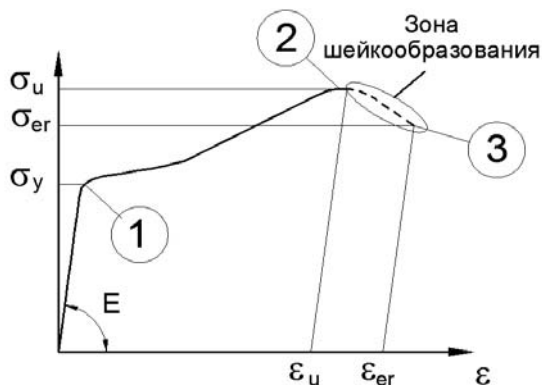


Рис. 2. Характерные точки на диаграмме одноосного растяжения и основные механические параметры

С другой стороны на данной диаграмме можно выделить 3 основные зоны:

- (0-1) – упругая зона;
- (1-2) – зона упрочнения;
- (2-3) – зона шейкообразования.

Наличие процесса шейкообразования в зоне 2-3 связана с локализацией и со значительным ростом деформации в определенной области образца.

В справочной литературе параметр шейкообразования связан со значением поперечного сужения  $\psi$ , при этом предельная деформация (деформация разрушения) может быть определена как:

$$\varepsilon_{er} = \ln\left(\frac{1}{1-\psi}\right) \quad (1)$$

При отсутствии в справочных данных параметра  $\psi$  предельная деформация может быть найдена по следующей формуле:

$$\varepsilon_{er} = n \cdot \ln(1 + \delta), \quad (2)$$

где  $n$  – параметр, связанный с пластичностью материала.

Например, для материала из низкоуглеродистой стали этот параметр может быть принят равным 3.

Все параметры соответствующие упруго-пластическому поведению материала могут быть введены в программы явного анализа LS-Dyna, ANSYS LS-Dyna, ANSYS Autodyn или ANSYS Explicit STR.

График упрочнения может быть представлен в виде аппроксимирующей кривой или функции, которая может быть представлена билинейным, кусочно-линейным, степенным видом.

Билинейная кривая состоит из 2-х линий соответствующих линейной и пластической зоне. Для билинейной кривой требуется ввести пластический (тангенциальный) модуль  $E_t$ , который может быть найден по следующей формуле:

$$E_t = \frac{\sigma_{true}^u - \sigma_{true}^y}{\varepsilon_{true}^u - \sigma_{true}^y / E}, \quad (3)$$

где  $E$  – модуль Юнга.

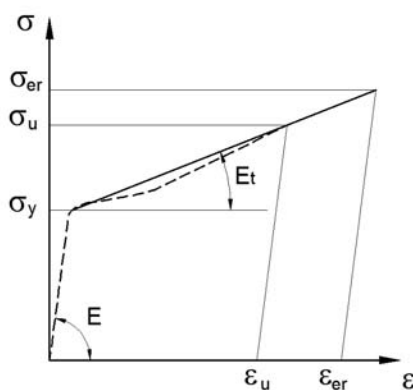


Рис. 3. Аппроксимация диаграммы растяжения билинейным графиком

Билинейная кривая может быть построена как по исходным справочным данным, так и по результатам одноосного растяжения

Зона шейкообразования может быть представлена продолжением пластической кривой, но точность резко уменьшается, поэтому не рекомендуется ее использовать для описания зоны шейкообразования (т.е. не использовать для моделирования процессов разрушения).

В случае кусочно-линейной кривой аппроксимирующая кривая представлена в виде небольших линий точно описывающих истинную кривую растяжения.

Кусочно-линейная кривая строится на базе исходной диаграммы одноосного растяжения.

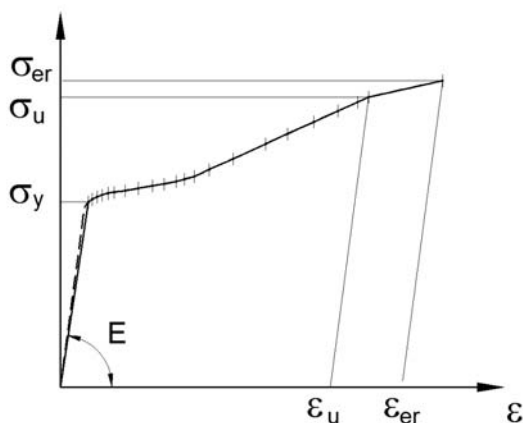


Рис. 4. Аппроксимация кривой растяжения кусочнолинейным графиком

Такой способ является наиболее точным из всех и рекомендуется при моделировании всех процессов.

Из недостатков можно отметить необходимость наличия графика одноосного растяжения после испытания и небольшим увеличением времени расчета.

В другом случае кусочнолинейный график может быть представлен и аппроксимирующей кривой полученный из справочных значений. Например, используя подход Рамберга-Осгуда [1]:

$$e_p = 0,002 \left( \frac{\sigma}{\sigma_{02}} \right)^n, \quad (4)$$

где  $\sigma$  – напряжение,

$\sigma_{02}$  – предел текучести при 0,2% деформации,

$e_p$  – пластическая деформация,

$n$  – параметр Рамберга-Осгуда.

Из данной формулы вначале рассчитывается значение  $n$  при подстановке в формулу значений предела текучести и предела прочности (временного сопротивления):

$$n = \frac{\log e_B - \log e_T}{\log \sigma_B - \log \sigma_{0,2}} \quad (5)$$

После расчета параметра  $n$  определяется величина пластической деформации от напряжения (где напряжение  $\sigma_i = \frac{\sigma \cdot i}{100}$  при  $i=1...100$ ). Далее создается таблица  $e_i = f(\sigma_i)$ .

Также может быть использован подход приведенный в источниках [2,3]. В этом случае также используется степенная аппроксимация истинных диаграмм деформирования:

$$\sigma = \sigma_B \left( \frac{e_p}{e_B} \right)^m, \quad (6)$$

где  $e_p$  – деформация,

$e_B$  – деформация соответствующая пределу прочности,

$e_p$  – пластическая деформация,

$m$  – параметр упрочнения.

В начальный момент находится параметр  $m$  для параметров соответствующих пределу текучести и пределу прочности.

Далее создается таблица значений  $\sigma_i = f(e_i)$ , где  $e_i = \frac{e \cdot i}{100}$ ,  $i=1...100$ .

Данные способы рекомендуется использовать при отсутствии диаграммы одноосного растяжения.

Другим способом получения коэффициентов степенной кривой упрочнения является аппроксимация в программе EXCEL (рис. 5).

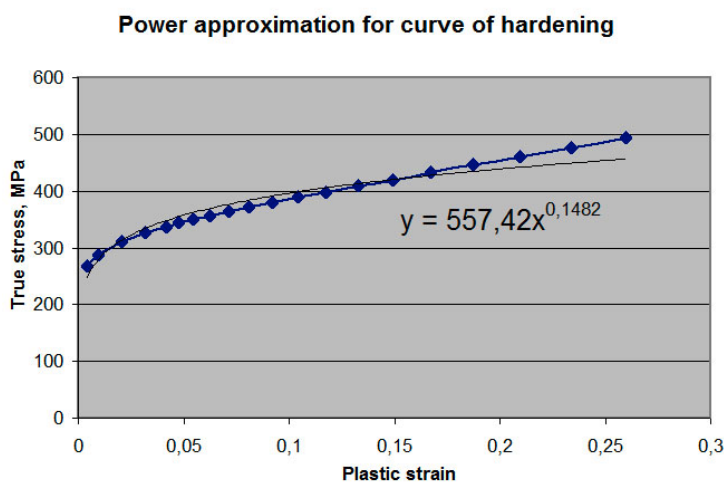


Рис. 5. Аппроксимация кривой упрочнения степенной функцией для стали 3 в программе EXCEL

Степенная функция описывается следующим уравнением:

$$\sigma = ke^n \quad (7)$$

где  $k$  – коэффициент прочности;  
 $n$  - коэффициент упрочнения.

Данный способ является достаточно точным и рекомендуется к использованию (часто примеряется в листовой штамповке) из-за простоты определения, легкости введения в программу, быстрого расчета.

Полученные параметры вводятся в программу динамического анализа. Например, в программе LS-DYNA можно использовать следующие модели материалов:

MAT 3, 24 – для описания параметров билинейной кривой;

MAT 24 – для описания параметров кусочно-линейной кривой;

MAT 18 – для описания параметров степенной кривой.

Кроме этого имеется достаточно много других способов определения кривых упрочнения позволяющих учитывать:

- температуру деформации;
- скорости деформации;
- анизотропию.

Использование справочных данных для расчета не позволяет с большой точностью смоделировать поведение материала. Для точного расчета нужно использовать тестовые испытания к которым можно отнести:

- испытание на одноосное растяжение;
- испытание на кручение;
- другие испытания.

Эти испытания позволяют получить точную кривую упрочнения и адекватно описать поведение материала.

Приведем последовательность действий для получения кривой упрочнения на базе одноосного растяжения.

Кривая, полученная после одноосного растяжения представляет собой график зависимости

$$F = f(\Delta l) \quad (8)$$

где  $\Delta l$  - удлинение образца на измеряемом расстоянии  $l_0$ ;

$F$  – усилие растяжения.

Из этого графика рассчитываются инженерные напряжения и инженерные деформации:

$$\sigma_{eng} = \frac{F}{S_0} \quad (9)$$

$$\varepsilon_{eng} = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (10)$$

где  $S_0$  - исходная площадь образца.

Далее вычисляются логарифмические деформации и логарифмические напряжения (истинные значения)

$$\sigma_{true} = \sigma_{eng} (1 + \varepsilon_{eng}), \quad \varepsilon_{true} = \ln(1 + \varepsilon_{eng}), \quad (11)$$

Далее рассчитывается кривая упрочнения. Ее отличия от предыдущего графика – использование только пластической составляющей.

Полная деформация

$$\varepsilon_{total} = \varepsilon_{spring} + \varepsilon_{plastic}, \quad (12)$$

тогда

$$\varepsilon_{plastic} = \varepsilon_{total} - \varepsilon_{spring},$$

где  $\varepsilon_{spring} = \frac{\sigma_{true}}{E}$ ,

$$\varepsilon_{plastic} = \varepsilon_{total} - \frac{\sigma_{true}}{E} \quad (13)$$

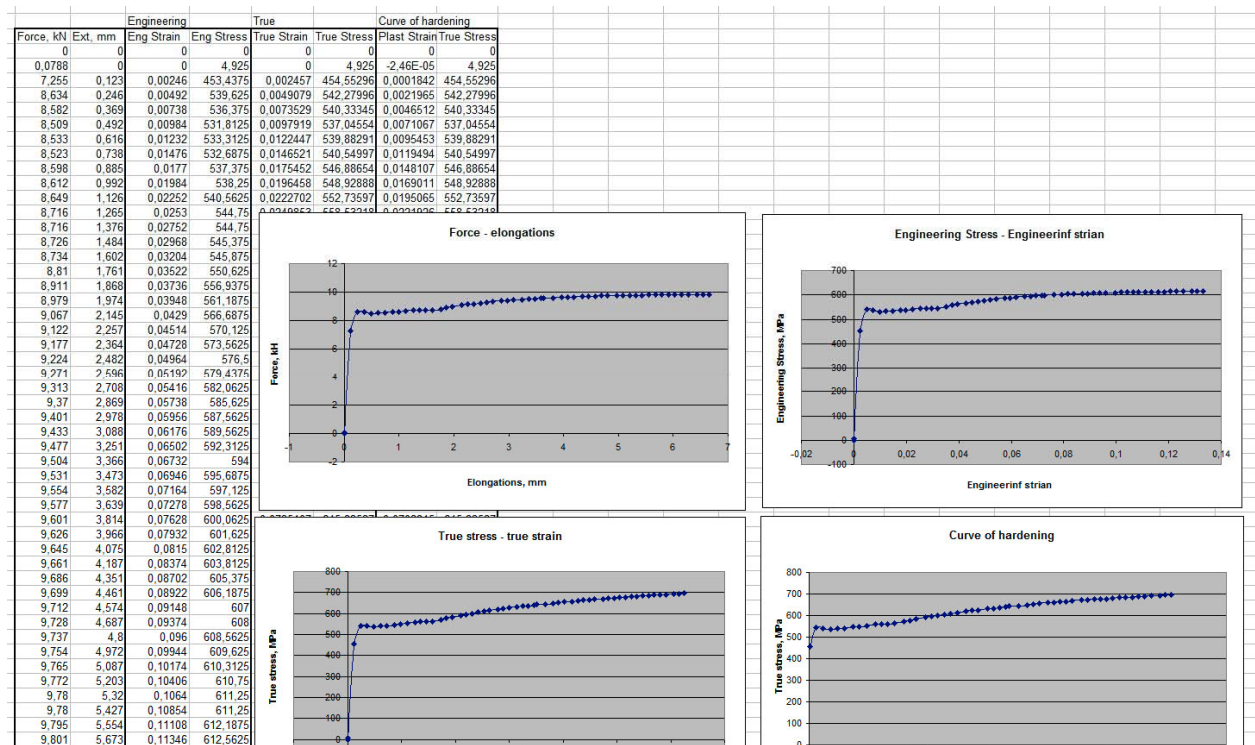


Рис. 6. Расчет кривой упрочнения в программе EXCEL на основании данных испытания на одноосное растяжение

Данные формулы работают до зоны шейкообразования (до параметра  $\sigma_u$ ). Описание зоны шейкообразования более сложно, для этого можно использовать несколько подходов.

1. Измерения минимальной площади образца  $S_t$  в зоне шейкообразования на всей стадии испытания, тогда в любой момент времени рассчитывается действующая деформация:



$$\varepsilon_{neck} = \ln\left(\frac{1}{1-\psi_t}\right) = \ln\left(\frac{d_0}{d_t}\right), \quad (14)$$

$$\sigma_{neck} = \frac{F}{S_t}, \quad (15)$$

где  $d_t$ ,  $S_t$  – соответственно диаметр и площадь в зоне шейкообразования в момент времени  $t$ .

Но нужно учитывать, что процесс в зоне шейкообразования имеет более сложный характер, чем простое одноосное растяжение. Поэтому эти значения имеют некоторую погрешность.

2. К исходной кривой от точки соответствующей пределу прочности  $\sigma_u$  добавляется наклонная линия, описывающая зону шейкообразования.

В первом приближении кривая упрочнения за точкой локального сужения имеет угол наклона соответствующий значению  $\sigma_u$  [4]. Предельная деформация соответствует значению  $\varepsilon_{er}$  находится по формуле

$\varepsilon_{er} = \ln\left(\frac{1}{1-\psi}\right)$ , а значение  $\sigma_{er}$  из построения.

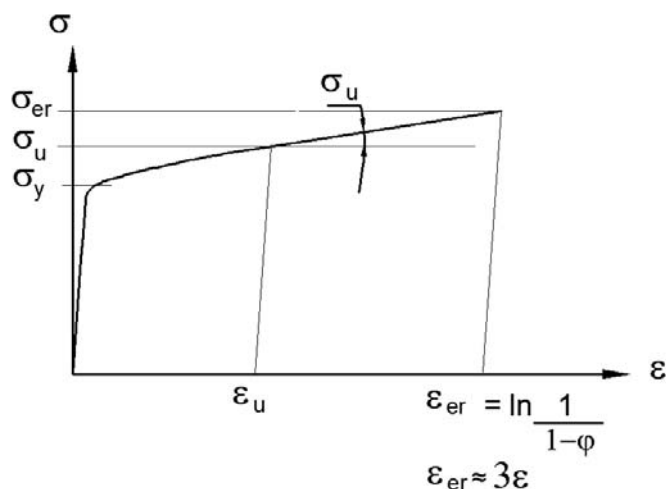


Рис. 7. Кривая упрочнения по углу наклона в зоне шейкообразования

3. Проведение кривой прямой от точки предела прочности до точки разрушения [5]. В этом случае требуется определение точек  $\sigma_{er}$  и  $\varepsilon_{er}$  и проведение линии от  $\sigma_u$  к этой точке [6].

$$\sigma_{er} = \frac{F_{er}}{S_K} = k \frac{\sigma_u}{1-\psi}, \quad (16)$$

где  $F_{er}$  - усилие разрушения,

$S_K$  – площадь шейки после разрушения

Где  $k = F_{er} / F_{max}$  - коэффициент разрушающей нагрузки (обычно находится в диапазоне 0,6...1)

4. Напряжение разрушения находят по формуле:

$$\sigma_{er} = \frac{F_{er}}{\pi r_1^2 \left(1 + \frac{r_1}{4r_2}\right)} \quad (17)$$

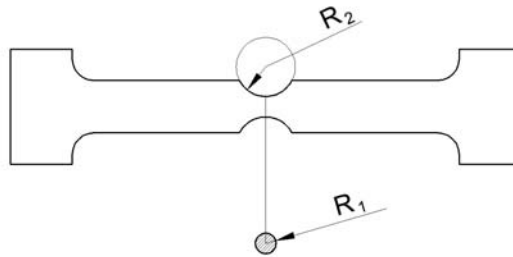


Рис. 8. Измерение величин радиусов после испытания на одноосное растяжение

$$\varepsilon_{er} = \ln\left(\frac{1}{1-\psi}\right)$$

Параметр разрушения находится по формуле

Последние способы имеют недостатки, а именно кривая на графике представляет собой линию между  $\sigma_B$  и  $\sigma_{er}$ .

Избежать этого позволяет способ получения кривой упрочнения с помощью итерационного приближения графика усилия при моделировании к эксперименту.

При моделировании процессов деформирования, например, процессов ОМД материал может находиться в различном напряженном состоянии. При моделировании важно учитывать присутствующее напряженное состояние в каждый момент деформирования. Это особенно важно учитывать при моделировании процессов разрушения, где от напряженного состояния меняется величина деформации разрушения. К примеру при сжатии деформация разрушения значительно больше чем при растяжении и на материал можно воздействовать более жесткими режимами деформирования. Этим объясняется и применение метода Стесненного изгиба на предприятии АО «Ульяновский НИАТ», где применяют режимы сжатия для получения изделий в виде профилей из труднодеформируемых сплавов.

Правильно учитывать поведения материала в зависимости от напряженного состояние позволяют и программы динамического моделирования, например, программа ANSYS/LS-DYNA. Программа позволяет ввести параметры триаксилити и параметры Лоде которые учитывают действующее напряженное состояние.

Обычно пользуются параметром трехосности напряженного состояния (который характеризует жесткость схемы напряженного состояния):

$$\eta = -\frac{p}{\sigma_{VM}}, \quad (18)$$

где  $p$  – гидростатическое давление  $p = -1/3 \cdot (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$ ;  $\sigma_{VM}$  - напряжение Мизеса.

Типовая кривая разрушения с учетом напряженного состояния приведена на рис. 9. Параметры значений трехосности напряженного состояния в таблице 1.

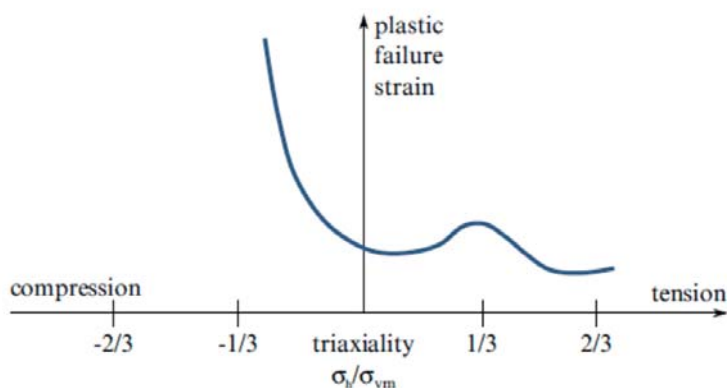


Рис. 9. Типовая кривая разрушения для моделирования листовых металлов с помощью shell элементов [7]

Таблица 1

Примеры значений трехосности напряженного состояния

Главные напряжения			η	Описание
σ <sub>1</sub>	σ <sub>2</sub>	σ <sub>3</sub>		
1	0	0	0,333	1-осное растяжение
1	1	0	0,667	2-осное растяжение
1	1	1	∞	3-осное растяжение
1	-1	0	0	Сдвиг
1	0	0	-0,333	1-осное сжатие
-1	-1	0	-0,667	2-осное сжатие
-1	-1	-1	-∞	3-осное сжатие

При отсутствии реальных данных разрушения металла в зависимости от жесткости нагружения могут использоваться следующие обобщенные зависимости

$$1. \frac{\epsilon_f}{\epsilon_{f0}} = 1,65 \cdot \exp(-1,5\eta) \quad [8], \quad (19)$$

$$2. \frac{\epsilon_f}{\epsilon_{f0}} = 2^{1-3\eta} \quad [9], \quad (20)$$

$$3. \quad \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_{f0}} = \begin{cases} \infty, \eta \leq -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{3\eta + \sqrt{12 - 27\eta^2}}{1 + \eta\sqrt{12 - 27\eta^2}}, -\frac{1}{3} < \eta \leq \frac{1}{3} \\ 1,65 \exp(-1,5\eta), \eta > \frac{1}{3} \end{cases} \quad [7], \quad (21)$$

где  $\varepsilon_f$  - пластическая деформация разрушения;

$\varepsilon_{f0}$  - пластическая деформация разрушения при одноосном растяжении;

$\eta$  - параметр трехосности напряженного состояния.

Обобщенные зависимости разрушения от трехосности напряженного состояния и график зависимости разрушения приведены на рис. 10-11.

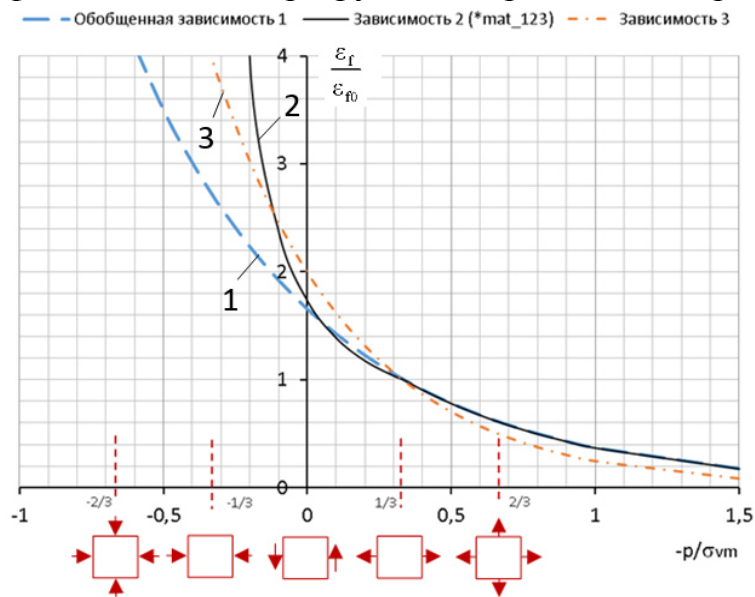


Рис. 10. Обобщенные зависимости разрушения от трехосности напряженного состояния: 1 – обобщенная зависимость [8], 2 – обобщенная зависимость [9], 3 – обобщенная зависимость [7]

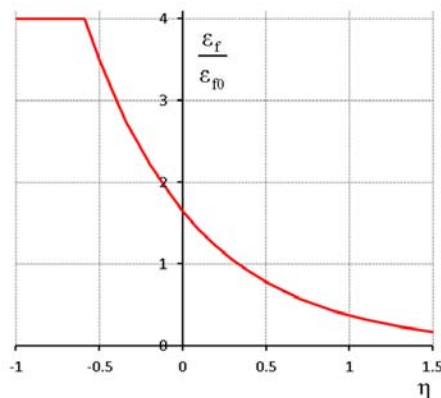


Рис. 11. График зависимость разрушения  $\varepsilon_f$  и  $\varepsilon_{f0}$  от трехосности напряженного состояния  $\eta$  [4]

Пример применения зависимостей от трехосности напряженного состояния приведены на рис. 12-13.

На рис. 12 приведены графики растяжения и сжатия цилиндрических образцов для которых определен параметр разрушения по предельной деформации равный 50% без учета напряженного состояния. Как видно из графиков разрушение соответствует также значению 50%. Но визуально можно отметить, что разрушение при сжатии не соответствует действительности. Исправить это позволяет учет напряженного состояния.

На рис. 13 приведены графики растяжения и сжатия цилиндрических образцов для которых определен параметр разрушения в зависимости от напряженного состояния по формулам рассмотренным выше. Как видно из графиков, разрушение при растяжении происходит при деформации 20%, а при сжатии 77%. Что практически соответствует реальной ситуации при деформировании.

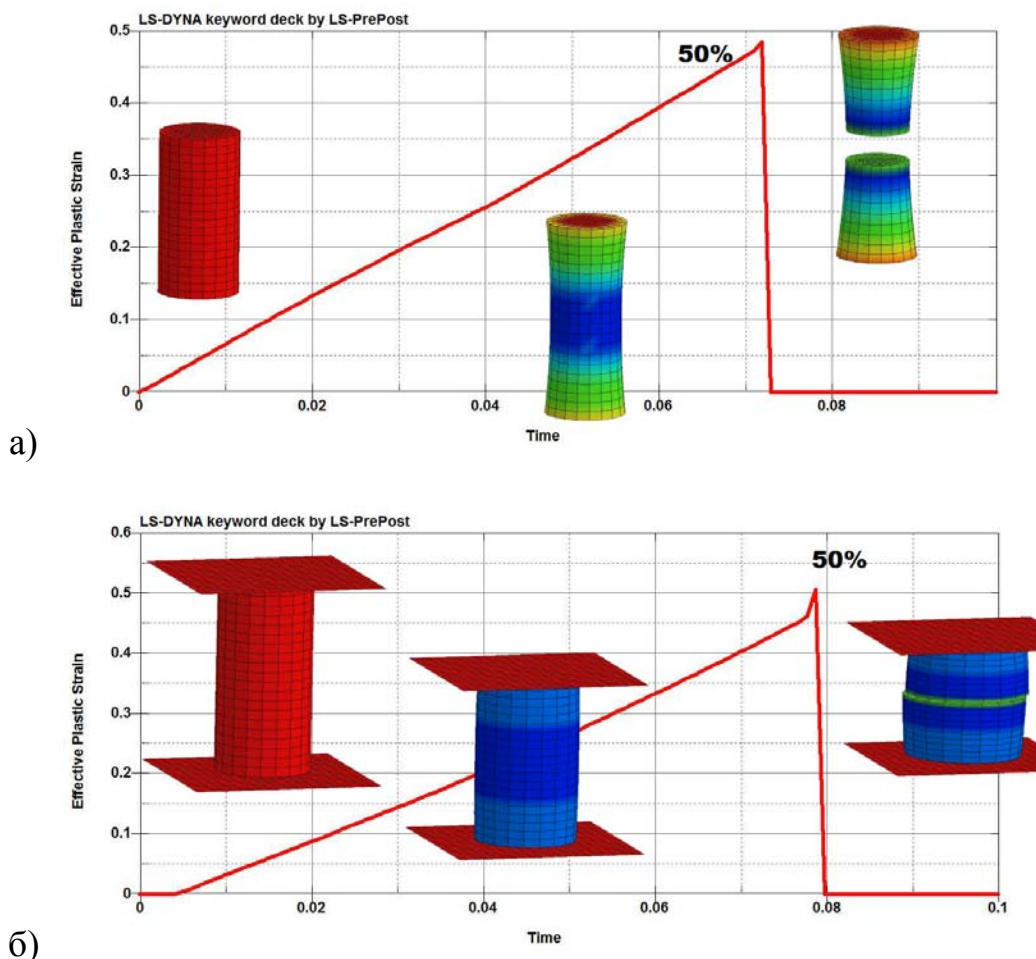


Рис. 12. Исследование разрушение образцов при растяжении (а) и при сжатии (б). Критерий разрушения – максимальные пластические деформации (50%)

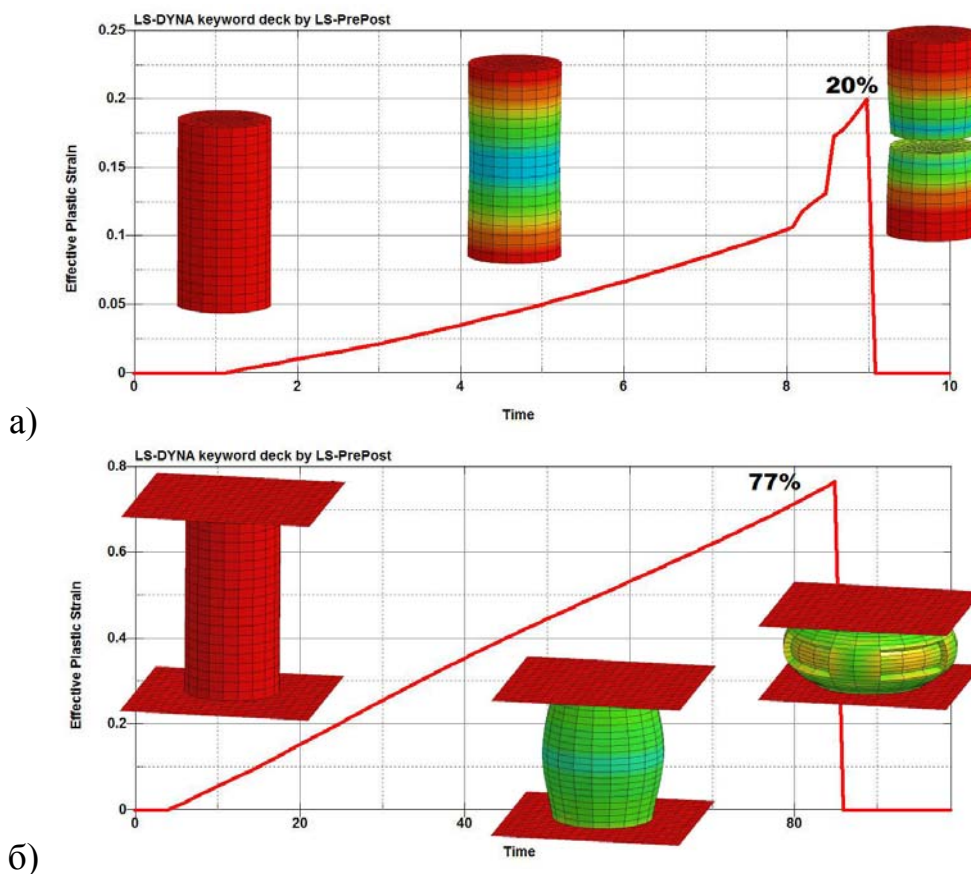


Рис. 13. Исследование разрушение образцов при растяжении (а) и при сжатии (б). Критерий разрушения – максимальные пластические деформации (50%) с учетом напряженного состояния

Таким образом, имеется несколько подходов для получения кривой упрочнения и ввод этой кривой в программу моделирования. Этот выбор зависит от наличия исходных данных (справочные или экспериментальные) и требуемой точности расчета.

Для рассматриваемых задач рекомендуется использовать кусочно-линейную и степенную аппроксимацию кривой упрочнения;

При значительных упруго-пластических деформациях рекомендуется учитывать зону шейкообразования по одному из представленных вариантов;

При моделировании процессов деформирования и разрушения рекомендуется учитывать зависимость пластичности материала от напряженного состояния.

### Список литературы

1. DOT/FAA/AR-MMPPS-01 Metallic Materials Properties Development (MMPDS).
2. Циклические деформации и усталость материалов. Том 2. Долговечность металлов с учетом эксплуатационных и технологических факторов. Под редакцией Трощенко В.Т. – Киев: Наукова думка. 1985.
3. Гохфельд Д.А., Гецов Л.Б., Кононов К.М., Кульчихин Е.Т., Ребяков Ю.Н., Саадаков О.С., Тимашев С.А., Чепурский В.Н. Механические свойства сталей и сплавов при нестационарном нагружении. Справочник. Екатеринбург: УрО РАН, 1996.
4. Кирсанов А.Р. Методика оценки повреждаемости ГТД на этапах его создания, изготовления и эксплуатации от поражающего воздействия птиц. Диссертация на соискание к.т.н. Москва 2016 г.
5. LS-DYNA Analysis for structural mechanics. Predictive Engineering.
6. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов: Учебное пособие. – М.: Наука. Гл. ред. – мат. Лит, 1986 – 560 с.
7. LSTC, “LS-DYNA Keyword User`s Manual Volume II Material Models”.
8. Гецов Л.Б. Материалы и прочность газовых турбин. Конструктивная прочность, опыт эксплуатации, методы расчета прочности и ресурса, детали из конструкционных керамических материалов / Л.Б. Гецов. – Рыбинск: ООО “Издательский дом Газотурбинные технологии”, 2011. – Книга 2. – 496 с.
9. Manjoine, M.J.: Creep-Rupture Behavior of Weldments /// 1982.